

فبذلك نعلم انهم لم يسموه بالوالد الا ذكره فقط

إذا كان لدينا مجموعة  $M$  من  $n$  عناصر، ونريد توزيعها على  $k$  مجموعات فرعية، فإن عدد التوزيعات الممكنة هو  $k^n$ .

$$\begin{array}{l} \text{H}_0 : \theta = 0 \\ \text{H}_1 : \theta = \theta_0 \end{array}$$

عند منطقة لوفر

$$W_0 = \{x \in \Omega ; \frac{t_1}{t_0} \geq k\};$$

٤. دالة إحصائية أو دالة افتراضية تحت الفرضية H<sub>1</sub>

$H_0$  \_\_\_\_\_

تحریریں

مفروضات اختبار  $\rho$  أي  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  ولنا  $\rho$   
مؤلف الختار  $\rho$  عشوائي  $n$  حيث  $\sigma^2$  معلومة

عَنْ عَبْدِ اللَّهِ بْنِ مَرْثَدَةَ قَالَ سَأَلْتُ أَبَا هُرَيْرَةَ عَنْ هَذِهِ

$$H_0: \mu = \mu_0$$

H:  $\mu = \mu_1$

حيث  $x$  معلوم (٤) فتوى القية - علم الدنيا معلوم



(2)

$$L = \prod_{i=1}^n p(x_i, \theta)$$

$$= \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}} = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$L_0 = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_0)^2}{2\sigma^2}}$$

$$L_1 = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{n}{2}} e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_1)^2}{2\sigma^2}}$$

مضاهلة ذلك نكتب فيه  $\mu_1$  بدل  $\mu_0$

$$\frac{L_1}{L_0} \geq k \Rightarrow e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_1)^2}{2\sigma^2}} \cdot e^{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_0)^2}{2\sigma^2}} \geq k$$

$$\Rightarrow e^{-\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_1)^2}{2\sigma^2} + \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_0)^2}{2\sigma^2}} \geq k$$

$$\Rightarrow -\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_1)^2}{2\sigma^2} + \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_0)^2}{2\sigma^2} \geq k_1$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_1)^2 + \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_0)^2 \geq k_2$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n x_i^2 + 2\mu_1 \sum_{i=1}^n x_i - n\mu_1^2 + \sum_{i=1}^n x_i^2 + 2\mu_0 \sum_{i=1}^n x_i - n\mu_0^2 \geq k_2$$

$$\Rightarrow (2\mu_1 - 2\mu_0) \sum_{i=1}^n x_i \geq k_3$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n x_i \geq k_4 \quad ; \quad \mu_1 > \mu_0 \Rightarrow 2\mu_1 > 2\mu_0$$



3

$$\Rightarrow \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \geq \lambda \Rightarrow \bar{X} \geq \lambda \Rightarrow W_0 = \{ \bar{X} \geq \lambda \}$$

وهي منطقة القبول أي نرفض  $H_0$  إذا كان  $\bar{X}$  أكبر من  $\lambda$  حيث  $\lambda$  قيمة معينة

ولكن لدينا  $\alpha$  معلوم

$$\alpha = P\{X \in W_0 / H_0\} \Rightarrow$$

$$\alpha = P\{\bar{X} \geq \lambda / H_0\} \Rightarrow$$

$$\alpha = P\left\{ \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \geq \frac{\lambda - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} / H_0 \right\} = P\left\{ Z \geq \frac{\lambda - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \right\}$$

$$\Rightarrow P\left( Z < \frac{\lambda - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} \right) = 1 - \alpha \Rightarrow \frac{\lambda - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = z_{1-\alpha}$$

$$Z \sim N(0,1) \Rightarrow P(Z < z_{1-\alpha}) = \alpha$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{1-\alpha} + \mu_0$$

منطقة القبول هي

$$\Rightarrow W_0 = \left\{ \bar{X} \geq \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{1-\alpha} + \mu_0 \right\}$$

نرفض  $H_0$  إذا كان  $\bar{X} \geq \lambda_0$  حيث  $\lambda_0$  معلوم

$$\Rightarrow W_0 = \{ \bar{X} \geq \lambda_0 \} ; \lambda_0 = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} z_{1-\alpha} + \mu_0$$

حيث  $\lambda_0$  معلوم

$$\Rightarrow \bar{W}_0 = \{ \bar{X} < \lambda_0 \}$$

...



(4)

/ /

$$\beta = P \{ \bar{X} \in \bar{W}_0 / H_1 \}$$

$$\beta = P \{ \bar{X} < \lambda_0 / H_1 \}$$

$$= P \left\{ \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} < \frac{\lambda_0 - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} / H_1 \right\}$$

$$= P \left\{ Z < \frac{\lambda_0 - \mu_1}{\sigma / \sqrt{n}} \right\} = F_Z \left( \frac{\lambda_0 - \mu_1}{\sigma / \sqrt{n}} \right)$$

حيث  $F$  دالة التوزيع التراكمي للتوزيع الطبيعي المعياري

$$\Rightarrow 1 - \beta = 1 - F_Z \left( \frac{\lambda_0 - \mu_1}{\sigma / \sqrt{n}} \right)$$

نظرياً:

نفرض لدينا جميع الملاحظات مستقلة متساوية

ولنا  $n$  ملاحظة متساوية حجم  $n$  و  $n$  للكل

المعادلة فقط الفرق لا يتغير، الفرضية

$$H_0: \mu = 4 = \mu_0$$

$$H_1: \mu = 5 = \mu_1 \Rightarrow \mu_1 > \mu_0$$

$$\alpha = 0.05 \text{ حيث } \beta = 1.65$$

$$0.95$$

$$1 - \beta, \beta \text{ من } \bar{W}_0$$

الكل

$$\mu_1 > \mu_0 \text{ حيث } \mu_1 \text{ ملاحظة متساوية}$$

$$W_0 = \{ \bar{X} \geq \lambda \} = \left\{ \bar{X} \geq \frac{\sigma}{\sqrt{n}} Z_{1-\alpha} + \mu_0 \right\}$$

$$= \left\{ \bar{X} \geq \frac{1}{3} (1.65) + 4 \right\} \Rightarrow W_0 = \{ \bar{X} \geq 4.55 \}$$



(5)

/ /

ای نسبتاً نرغض  $H_0$  عنایک وینا لورے کی ای  $\bar{X}$  اکبر من 4,55  
اد ماری 4,55

$\Rightarrow \bar{w}_0$  منفقہ لعتول و لری

$$\bar{w}_0 = \{ \bar{X} \leq 4,55 \}$$

منفی لعتول و لری

• لکھتے ہیں  $\beta$

$$\beta = P \{ X \in \bar{w}_0 | H_1 \} = P \{ \bar{X} < 4,55 | H_1 \}$$

$$= P \left\{ Z < \frac{4,55 - \mu_1}{\sigma / \sqrt{n}} \right\} = P \left\{ Z < \frac{4,55 - 5}{1/3} \right\}$$

$$= F_Z \left( \frac{4,55 - 5}{1/3} \right) = F(-1,35) = 1 - F(1,35)$$

↓ نظر منی لیتول

$$= 1 - 0,91 = 0,09$$

$$\Rightarrow 1 - \beta = 0,91 \text{ دقت الاختبار}$$

• لکھتے ہیں

$$\mu_1 > \mu_0 \Rightarrow w_0 = \{ \bar{X} \geq \lambda \}$$

$$\mu_1 < \mu_0 \Rightarrow w_0 = \{ \bar{X} < \lambda \}$$

$$\alpha = P \{ \bar{X} < \lambda | H_0 \}$$



مثال: متوقع

$$f(x) = \theta e^{-\theta x}$$

يفرض لدينا صحة الفرض الأساسي أسبقاً  
وهو:الة الكثافة الاحتمالية حيث

$$f(x) = \theta e^{-\theta x} \quad x > 0$$

$$= 0 \quad \text{خلاف ذلك}$$

حيث  $\theta > 0$  ثابتولنا  $n$  ملاحظة مستقلة لـ  $x$  المطلوب

$$H_0: \theta = \theta_0$$

الجاد منطقة الرتبة

$$H_1: \theta = \theta_1 \quad \text{مقابل}$$

وذلك مع ملاحظة  $x$ 

الحل

لنوجد أولاً منطقة الرتبة

$$L = \theta^n \cdot e^{-\theta \sum_{i=1}^n x_i}$$

$$L_0 = \theta_0^n \cdot e^{-\theta_0 \sum_{i=1}^n x_i}$$

$$L_1 = \theta_1^n \cdot e^{-\theta_1 \sum_{i=1}^n x_i}$$

والآن نفرض أننا نريد

$$\frac{L_1}{L_0} \geq k \Rightarrow \frac{\theta_1^n e^{-\theta_1 \sum_{i=1}^n x_i}}{\theta_0^n e^{-\theta_0 \sum_{i=1}^n x_i}} \geq k \Rightarrow \left( \frac{\theta_1}{\theta_0} \right)^n e^{-(\theta_1 - \theta_0) \sum_{i=1}^n x_i} \geq k$$

$$\Rightarrow \left( \frac{\theta_1}{\theta_0} \right)^n e^{-\theta_1 \sum_{i=1}^n x_i + \theta_0 \sum_{i=1}^n x_i} \geq k \Rightarrow$$

أيضاً

فإننا نحتاج إلى

$$\theta_1 \sum_{i=1}^n x_i + \theta_0 \sum_{i=1}^n x_i \geq k_2$$

$$\Rightarrow (\theta_0 - \theta_1) \sum_{i=1}^n x_i \geq k_2 \xrightarrow{\theta_0 > \theta_1} \sum_{i=1}^n x_i \geq \frac{k_2}{\theta_0 - \theta_1}$$



$$\Rightarrow W_0 = \left\{ \sum_{i=1}^n x_i \geq \lambda \right\}$$

ایسا فرض  $H_0$  ادا کرنے کے مجموعہ میں، اس لیے  $\lambda$  کی تعیین

$$\alpha = P\{x \in W_0 | H_0\} = P\left\{\sum_{i=1}^n x_i \geq \lambda | H_0\right\}$$

ولید بنیاد

$$M_{\sum_{i=1}^n x_i}(t) = (M_x(t))^n = \left[ (1 - \frac{t}{\theta})^{-1} \right]^n = (1 - \frac{t}{\theta})^{-n}$$

کوئی خاص  $\theta$  کی دوسری  $n$ ،  $\theta$  کی

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n x_i \sim G(n, \theta)$$

$$\Rightarrow M_{2\theta \sum_{i=1}^n x_i}(t) = (1 - \frac{2\theta t}{\theta})^{-n} = (1 - 2t)^{-n} = (1 - 2t)^{-\frac{2n}{2}}$$

$$\Rightarrow 2\theta \sum_{i=1}^n x_i \sim \chi^2(2n)$$

مربع  $\chi^2$  کی مربع  $2n$ ،  $2n$  کی

$$\Rightarrow \alpha = P\left\{2\theta \sum_{i=1}^n x_i \geq 2\theta \lambda | H_0\right\}$$

$$\Rightarrow \alpha = P\left\{\chi^2(2n) \geq 2\theta_0 \lambda\right\}$$

$$\Rightarrow P\left\{\chi^2(2n) < 2\theta_0\right\} = 1 - \alpha$$

$$\Rightarrow F_{\chi^2(2n)}(2\theta_0 \lambda) = 1 - \alpha \quad ; \quad 2\theta_0 \lambda = \lambda^*$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{\lambda^*}{2\theta_0} = \frac{\chi_0^2}{2\theta_0} \Rightarrow W_0 = \left\{ \sum_{i=1}^n x_i \geq \frac{\chi_0^2}{2\theta_0} \right\}$$



$$\hat{w}_0 \Rightarrow \frac{\hat{w}_0}{2} \Rightarrow \hat{\beta} \Rightarrow \hat{\beta} - 1$$

8

1 1

أي أننا نرفض الفرضية  $H_0$  إذا كان مجموع متغيرات لينة أكبر أو يساوي ثابت  $\frac{\chi_0^2}{2\theta_0}$  حيث  $\chi_0^2$  و  $2\theta_0$  معلوم

ومن ثم نعلم  $\bar{w}_0$ ، فنتم  $\beta$  ومن ثم  $\beta - 1$

$$\bar{w}_0 = \left\{ \sum_{i=1}^n x_i < \frac{\chi_0^2}{2\theta_0} \right\}$$

فرضية لينة

فجاء المصباح في أرباب منطقة  $\theta$  و  $\theta > 0$  ولنا متغير

عينة عشوائية حجم  $n = 4$  والمطلوب

عين منطقة لرفض لا اختيار فرضية

$$H_0: \theta = \theta_0 = 3$$

$$H_1: \theta = \theta_1 = 2$$

وذلك على مستوى الأهمية  $\alpha = 0,05$  ثم عين متغيرة اختبار  $\beta - 1$

المنطقة الملاحظة  $\theta$  و  $\theta > 0$

والأخير

67

أول منطقة لينة لـ  $\theta$  أصلي لـ  $\theta$  و  $\theta > 0$

لـ  $\theta$  و  $\theta > 0$  و  $\theta > 0$  و  $\theta > 0$

لـ  $\theta$  و  $\theta > 0$  و  $\theta > 0$  و  $\theta > 0$

لـ  $\theta$  و  $\theta > 0$  و  $\theta > 0$  و  $\theta > 0$

سؤال جلال الشدة



(5)

1 / 1

$$\alpha_1^2 = \alpha_2^2 = \alpha^2$$
$$\hat{p} - p$$

تجال الثقة ذاته

لكن يبقى المجهول

فول مجال الثقة هذا، في ان هو متساوي

والحجم

$$1 - \alpha \rightarrow \beta \rightarrow 1 - \beta$$

التي، الفرضيات

والتي، هي

اذكر ذلك، في هذه الحالة، فيكون

والدكتور، على ما يبدو، فيقول نحن

اننا